

# 一种多变量推理控制系统的设计方法

王钦若 张 宁 张振昭

广东工业大学电气工程及自动化系, 广州, 510090

**摘要** 在一种新的性能指标下,提出了一种多变量推理控制器的设计方法,该控制器采用的 V 规范型控制器结构避免了传递函数矩阵求逆问题.该类多变量推理控制系统的特点是算法简单、仅具有一个可调参数矩阵  $Q$ ,该系统实现了多变量系统的动态接耦.

**关键词** 多变量;推理控制;最优控制

中图资料法分类号 TP13

推理控制(Inferential Control) 是由美国 Brosilow 和 Tong 等人于 1978 年提出来的<sup>[1]</sup>.文献 [2] 提出了一种新的单变量推理控制器的设计方法,用该方法设计出来的控制器具有算法简单、收敛性好、鲁棒性强等特点,而且,在实际应用中达到了满意的效果<sup>[3]</sup>.但对多变量的推理控制的研究较少,本文旨在讨论一种多变量推理控制器的设计方法.

## 1 普通规范型控制器设计

多变量推理控制系统结构如图 1 所示.

其中,  $R(s)$ ,  $Y(s)$  分别为  $n$  阶系统的输入与输出,  $d(s)$  为  $n$  阶系统的确定性扰动,  $G_c(s)$  为  $n$  阶系统控制器的传递函数,  $G(s)$  和  $\hat{G}(s)$  分别为被控对象及其模型的  $n$  阶传递函数矩阵.考虑一带时滞的  $n$  阶多变量被控对象,其被控对象传递函数的一般表示式为:

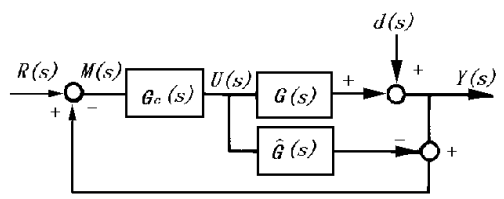


图 1 一般推理控制系统

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s)e^{-\tau_{11}s} & g_{12}(s)e^{-\tau_{12}s} & \cdots & g_{1n}(s)e^{-\tau_{1n}s} \\ g_{21}(s)e^{-\tau_{21}s} & g_{22}(s)e^{-\tau_{22}s} & \cdots & g_{2n}(s)e^{-\tau_{2n}s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(s)e^{-\tau_{n1}s} & \cdots & \cdots & g_{nn}(s)e^{-\tau_{nn}s} \end{bmatrix}.$$

模型的传递函数

$$\hat{G}(s) = \begin{bmatrix} \hat{g}_{11}(s)e^{-\hat{\tau}_{11}s} & \hat{g}_{12}(s)e^{-\hat{\tau}_{12}s} & \cdots & \hat{g}_{1n}(s)e^{-\hat{\tau}_{1n}s} \\ \hat{g}_{21}(s)e^{-\hat{\tau}_{21}s} & \hat{g}_{22}(s)e^{-\hat{\tau}_{22}s} & \cdots & \hat{g}_{2n}(s)e^{-\hat{\tau}_{2n}s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_{n1}(s)e^{-\hat{\tau}_{n1}s} & \cdots & \cdots & \hat{g}_{nn}(s)e^{-\hat{\tau}_{nn}s} \end{bmatrix}.$$

为了推导出推理控制算法, 设  $d(s) = 0$ .

定义 1 误差:  $E(t) = Y(t) - R(t)$  , (1)

使得多变量性能指标:

$$J = \int_0^\infty (QE + E')^2 dt$$

最小. 其中  $Q$  为权重系数矩阵

$$Q = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_n), \quad \text{其中 } q_1, q_2, \dots, q_n \text{ 为常数.}$$

令  $J = \min$ , 并转化为传递函数矩阵形式, 得:

$$QE(s) + sY(s) = 0 \quad . \quad (2)$$

由图 1 及式(1)、(2) 可得:

$$G_c^{-1}(s) = \hat{G}(s) + Q^{-1}sG(s) \quad . \quad (3)$$

当对象稳定、模型准确时,  $\hat{G}(s) = G(s)$ . 并令:

$F(s) = I + Q^{-1}s =$

阶

$$\begin{bmatrix} 1 + q_1^{-1}s & & 0 \\ & 1 + q_2^{-1}s & \\ & & \ddots \\ 0 & & 1 + q_n^{-1}s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^{-1}(s) & & 0 \\ & f_2^{-1}(s) & \\ & & \ddots \\ 0 & & f_n^{-1}(s) \end{bmatrix} \quad .$$

于是, 式(3) 简化为:

$$G_c^{-1}(s) = (I + Q^{-1}s) G(s) = F(s) \hat{G}(s) \quad . \quad (4)$$

当模型的逆阵存在时, 普通规范型推理控制器为:

$$G_c(s) = \hat{G}^{-1}(s) F^{-1}(s) \quad . \quad (5)$$

普通规范型推理控制器式(5) 将会遇到传递函数求逆的问题, 而一般传递函数求逆是比较麻烦的.

2 V 规范型控制器设计

为避免一般函数求逆, 特引入多变量控制器的V 规范型表达式. 为方便说明, 多变量推理控制系统(2×2阶) 的两种结构形式, 普通和 V 规范型控制器结构如图 2、图 3 所示.

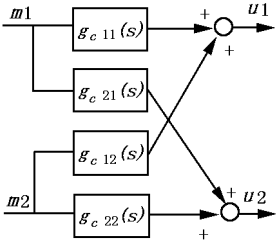


图 2 普通规范型控制器

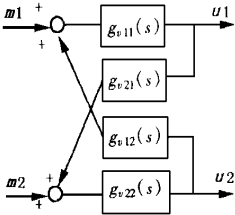


图 3 V 规范型控制器

由图 2、图 3 不难看出, 两种规范型对象之间可以进行等效转换, 转换关系为:

$$G_c(s) = G_v^{-1}(s) = [F(s) \hat{G}(s)]^{-1} \quad , \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_v^{-1}(s) &= \begin{bmatrix} g_{v11}^{-1}(s) & -g_{v12}(s) & \cdots & -g_{v1n}(s) \\ -g_{v21}(s) & g_{v11}^{-1}(s) & \cdots & -g_{v2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -g_{vn1}(s) & -g_{vn2}(s)\theta & \cdots & g_{vnn}^{-1}(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{7}$$

由式(4)、(6) 和(7), 得到 V 规范型推理控制器:

$$g_{vnm}(s) = \begin{cases} f_n(s)e^{\tau_{nn}s}\hat{g}_{nn}^{-1}(s), n = m \\ -f_n^{-1}(s)e^{-\tau_{nm}s}\hat{g}_{nm}(s), n \neq m \end{cases} \quad (n, m = 1, 2, \dots) \tag{8}$$

显然, 采用 V 规范型结构的控制器可以避免对矩阵  $\mathbf{F}(s)\hat{\mathbf{G}}(s)$  求逆.

由图2、图3 发现, 由于规范型之间的等效转换并不改变系统的输入输出关系, 因此, 推理控制的性能完全保留下来, 设计程序和计算工作量得到了有效的简化.

另由式(8), 当  $\tau_{nm} \neq 0$  时, 控制器传递函数中出现了因时滞而引起的预测项, 因此, 该控制器在实际应用中是无法实现的. 下面就给出解决方法.

在  $n$  阶系统中, 若  $\tau_{nn} \leq \tau_{nm}$ ,  $n \neq m$  也即主通道的时滞小于或等于耦合通道的时滞, 则认为  $G(s)$  满足重构检验(Rerrangment Test). 为此引入对角阵:

$$\mathbf{R}(s) = \text{diag}(e^{\tau_{11}}, e^{\tau_{22}}, \dots, e^{\tau_{mm}}) \tag{9}$$

使得控制器的传递函数矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_v(s) &= \mathbf{F}(s)\mathbf{R}(s)\hat{\mathbf{G}}(s) \\ &= \begin{bmatrix} f_1^{-1}(s)\hat{g}_{11}(s) & f_1^{-1}(s)\hat{g}_{12}(s)e^{-(\tau_{12}-\tau_{11})s} & \cdots & f_1^{-1}(s)\hat{g}_{1n}(s)e^{-(\tau_{1n}-\tau_{11})s} \\ f_2^{-1}(s)\hat{g}_{21}(s)e^{-(\tau_{12}-\tau_{11})s} & f_2^{-1}(s)\hat{g}_{22}(s) & \cdots & f_2^{-1}(s)\hat{g}_{2n}(s)e^{-(\tau_{2n}-\tau_{11})s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_n^{-1}(s)\hat{g}_{n1}(s)e^{-(\tau_{n1}-\tau_{11})s} & f_n^{-1}(s)\hat{g}_{n2}(s)e^{-(\tau_{n2}-\tau_{11})s} & \cdots & f_n^{-1}(s)\hat{g}_{nn}(s) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{9}$$

因此, 重构后的 V 规范型推理控制器为:

$$g_{vnm}(s) = \begin{cases} f_n(s)\hat{g}_{nn}^{-1}(s), n = m \\ -f_n^{-1}(s)e^{-(\tau_{nm}-\tau_{nn})s}\hat{g}_{nm}(s), n \neq m \end{cases} \quad (n, m = 1, 2, \dots) \tag{10}$$

显然, 式(10) 中消除了由时滞而引起的预测项, 是一物理可实现的.

3 V 规范型推理控制的输出特性

采用式(10)V 规范型推理控制器, 当模型准确时, 可求得系统的输出为:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(s) &= \mathbf{R}^{-1}(s)\mathbf{F}^{-1}(s)\mathbf{R}(s) + [\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1}(s)\mathbf{F}^{-1}(s)]d(s) = \\ &= \begin{bmatrix} f_1(s)e^{-\tau_{11}s} & & & \\ & f_2(s)e^{-\tau_{22}s} & & \\ 0 & & \ddots & \\ & & & f_n(s)e^{-\tau_{nn}s} \end{bmatrix} \mathbf{R}(s) + \begin{bmatrix} 1 - f_1(s)e^{-\tau_{11}s} & & & \\ & 1 - f_2(s)e^{-\tau_{22}s} & & 0 \\ & 0 & & \ddots \\ & & & 1 - f_n(s)e^{-\tau_{nn}s} \end{bmatrix} d(s) = \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{e^{-\tau_{11}s}}{1+q_1^{-1}s} & & & \\ & \frac{e^{-\tau_{22}s}}{1+q_2^{-1}s} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \frac{e^{-\tau_{nn}s}}{1+q_n^{-1}s} \end{bmatrix} R(s) + \begin{bmatrix} 1 - \frac{e^{-\tau_{11}s}}{1+q_1^{-1}s} & & & \\ & 1 - \frac{e^{-\tau_{22}s}}{1+q_2^{-1}s} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1 - \frac{e^{-\tau_{nn}s}}{1+q_n^{-1}s} \end{bmatrix} d(s) \quad (11)$$

从式(11) 可以得出:

①V 规范型多变量推理控制系统不但可以实现系统的动态解耦, 而且, 由于惯性滤波阵  $F(s)$  的稳态增益为单位阵, 因而在阶跃型负荷扰动下的稳态偏差均为 0.

②与普通多变量解耦控制系统相比, 该多变量推理控制系统可调参数只涉及系数矩阵  $Q$ , 且  $Q$  越大, 动态响应越快.

## 4 结语

V 规范型多变量推理控制器避免了矩阵的求逆运算, 算法简单, 且仅有一可调参数矩阵  $Q$ , 物理意义明确. 该推理控制实现了多变量系统的动态解耦, 并在性能指标  $J$  意义下动态过程最优.

## 参 考 文 献

- 1 Broslow C, M Tong. Inferential Control of Process- Part II: The Structure and Dynamics of Inferential Control Systems, AIChE Journal, 1978, 24(3): 492~ 500
- 2 王钦若, 蒋静坪. 一种新的推理控制器的设计方法, 控制与决策, 1988: (2): 39~ 40
- 3 王钦若, 李西成, 李宪光. 连续型推理控制及其在张力伺服系统中的应用. 控制理论与应用, 1996, 13(增刊): 77~ 78

## A Design Method of a Multi- Variable Inferential Controller

Wang Qinruo Zhang Ning Zhang Zhenzhao

Dept. of Electric Engineering and Automation, QDUT, Guangzhou, 510090

**Abstract** A design method of a multi- Variable inferential controller based on anew performance index is proposed. The inferential controller uses a V type control structure to avoid inverse transformation of rectangle arriving. This multi- variable inferential control system has the characteristic of simple calculation and only an adjustable parameter  $Q$  array. This control system output gets the performance of dynamic decoupling of the mutivariable system.

**Key words** multi- variable; inferential control; optimal control

(责任编辑: 利 民)